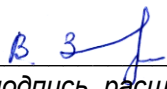


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
алгебры и математических  
методов гидродинамики

 (Звягин В.Г.)  
подпись, расшифровка подписи  
17.04.2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.О.12 Дифференциальная геометрия и топология

**1. Шифр и наименование направления специальности:**

01.03.01 Математика

**2. Профиль специализации:** Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

**3. Квалификация выпускника:** Бакалавр

**4. Форма образования:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и математических методов гидродинамики

**6. Составители программы:** доцент, д.ф.-м.н., Звягин Андрей Викторович

**7. Рекомендована:** НМС математического факультета протокол № 0500-03 от 28.03.2024 г.

**8. Учебный год:** 2025-2026

**Семестр(-ы):** 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью курса является освоение основных понятий и фактов дифференциальной геометрии и топологии, овладение основными методами решения задач.

Задачи учебной дисциплины:

- ознакомление с основными топологическими структурами;
- овладение основными методами решения задач, выработка навыков и умений по применению полученных знаний при решении задач дифференциальной геометрии и топологии и других математических дисциплин

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Блок 1. Обязательная часть

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, алгебра, аналитическая геометрия.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, элементами линейной алгебры, обладать полными знаниями курса аналитической геометрии.

## 11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Применяет базовые знания, полученные в области математических и(или) естественных наук	Знать: концептуальные основы методов решения задач в предметной области; основные методы доказательства математических утверждений Уметь: формулировать постановки основных задач дифференциальной геометрии и топологии, в том числе на многообразиях, формулировать и доказывать теоремы существования, единственности, корректной постановки задач дифференциальной геометрии и топологии. Владеть: теоретическими подходами к решению задач дифференциальной геометрии и топологии; навыками работы в информационных современных системах
		ОПК-1.2	Оценивает и формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики	Знать: зарубежную и отечественную литературу в области дифференциальной геометрии и топологии, общие формы закономерности теории дифференциальной геометрии и топологии Уметь: использовать методы, способы решения задач в предметной области Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами
		ОПК-1.3	Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Знать: методы решения задач в области дифференциальной геометрии и топологии Уметь: выбирать концептуальные методы решения задач дифференциальной геометрии и топологии Владеть: методами самостоятельного обучения новым знаниям и способами

				их применения в области дифференциальной геометрии и топологии
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1	Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними	Знать: составляющие части в области дифференциальной геометрии и топологии, их связи Уметь: решать задачи как систему, выявить составляющие части, устанавливать связи между ними Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, направленными на решение проблемных ситуаций алгебры
		УК-1.2	Используя логико-методологический инструментарий, критически оценивает надежность источников информации, анализирует классические и современные философские концепции, определяет возможности их применения для решения профессиональных задач в своей предметной области	Знать: концептуальные основы методов решения задач в области дифференциальной геометрии и топологии Уметь: работать с различными источниками научной информации, используя логико-методический инструментарий Владеть: навыками работы в информационных современных системах, критериями проверки источников информации

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 3/ 108.**

**Форма промежуточной аттестации: экзамен**

**13. Трудоемкость по видам учебной работы:**

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)		
	Всего	По семестрам	
		3	
Аудиторные занятия	50	50	
в том числе:			
лекции	16	16	
практические	34	34	
лабораторные			
Самостоятельная работа	22	22	
Контроль	36	36	
Итого:	108	108	

**13.1 Содержание разделов дисциплины:**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1	Элементы теории множеств	Конечное и бесконечное множества. Равные множества. Подмножества. Объединение, пересечение, разность, симметрическая разность,	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=24750">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=24750</a>

		декартово произведение множеств. Эквивалентные множества. Счетные множества.	
2	Топологические пространства	Топология. Топологические пространства. Открытое и замкнутое множества. Обычная топология, примеры. Топология Зариского. Правая и левая топологии. База топологии. Индуцированная топология	
3	Окрестности. Предельные, изолированные, внутренние и граничные точки	Открытая окрестность. Замыкание. Предельная, изолированная, внутренняя, граничная точки. Внешняя открытая часть. Плотное и нигде не плотное множества.	
4	Аксиомы счетности	Вторая аксиома счетности. Сепарабельное пространство. База системы окрестностей. Первая аксиома счетности.	
5	Аксиомы отделимости	Аксиома Колмогорова. Аксиома Хаусдорфа. Теорема Тихонова. Малая лемма Урысона. Теорема Урысона.	
6	Непрерывные отображения топологических пространств	Непрерывное отображение Гомеоморфизм. Гомеоморфное пространство.	
7	Метрические топологические пространства	Метрическое пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство Минковского. Подпространство метрического пространства. Непрерывное отображение метрического пространства. Гомеоморфизм.	
8	Связность и локальная связность	Отделенные множества. Связное и несвязное множества. Несвязное топологическое пространство. Путь. Линейно связное пространство. Локально связное пространство.	
9	Компактные пространства	Покрытие. Открытое покрытие. Подпокрытие. Компактное пространство. Центрированная система множеств.	
10	Компактность в метрических пространствах	Относительно компактное множество. Секвенциально компактное множество.	

## 2. Практические занятия

1	Элементы теории множеств	Конечное и бесконечное множества. Равные множества. Подмножества. Объединение, пересечение, разность, симметрическая разность, декартово произведение множеств. Эквивалентные множества. Счетные множества.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11187">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11187</a>
2	Топологические пространства	Топология. Топологические пространства. Открытое и замкнутое множества. Обычная топология, примеры. Топология Зариского. Правая и левая топологии. База топологии. Индуцированная топология	
3	Окрестности. Предельные, изолированные, внутренние и граничные точки	Открытая окрестность. Замыкание. Предельная, изолированная, внутренняя, граничная точки. Внешняя открытая часть. Плотное и нигде не плотное множества.	
4	Аксиомы счетности	Вторая аксиома счетности. Сепарабельное пространство. База системы окрестностей. Первая аксиома счетности.	
5	Аксиомы отделимости	Аксиома Колмогорова. Аксиома Хаусдорфа. Теорема Тихонова. Малая лемма Урысона. Теорема Урысона.	
6	Непрерывные отображения топологических пространств	Непрерывное отображение Гомеоморфизм. Гомеоморфное пространство.	
7	Метрические топологические пространства	Метрическое пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство Минковского. Подпространство метрического пространства.	

		Непрерывное отображение метрического пространства. Гомеоморфизм.
8	Связность и локальная связность	Отделенные множества. Связное и несвязное множества. Несвязное топологическое пространство. Путь. Линейно связное пространство. Локально связное пространство.
9	Компактные пространства	Покрытие. Открытое покрытие. Подпокрытие. Компактное пространство. Центрированная система множеств.
10	Компактность в метрических пространствах	Относительно компактное множество. Секвенциально компактное множество.

### 13.2 Разделы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Элементы теории множеств	1	3		2	6
2	Топологические пространства	2	3		2	7
3	Окрестности. Предельные, изолированные, внутренние и граничные точки	2	4		2	28
4	Аксиомы счетности	1	4		3	8
5	Аксиомы отделимости	2	4		2	8
6	Непрерывные отображения топологических пространств	2	3		2	7
7	Метрические топологические пространства	2	3		2	7
8	Связность и локальная связность	2	4		2	8
9	Компактные пространства	1	3		2	6
10	Компактность в метрических пространствах	1	3		3	7
	Экзамен					36
	Итого	16	34		22	108

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся, на которую отводится 22 часа. Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Дифференциальная геометрия и топология» предполагает изучение рекомендуемой преподавателем литературы по вопросам практических занятий, самостоятельное освоение понятийного аппарата и подготовку к текущим аттестациям (контрольной работе и выполнению практических заданий). На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Дифференциальная геометрия и топология» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Вопросы аудиторных занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к экзамену.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации

(экзамена). Для понимания и качественного усвоения предмета рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета [https://math.vsu.ru/wp/?page\\_id=937](https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937).

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов Интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Звягин А. В. Лекции по курсу «Топология»: учебное пособие / А. В. Звягин, А. С. Болдырев, М. И. Струков. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 68 с.
2	Борисович Ю. Г. Введение в топологию. / Ю. Г. Борисович, Н. М. Близняков, Я. А. Израилевич, Т. Н. Фоменко.- Москва: ЛЕНАНД, 2015.- 448 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Борисович Ю. Г. Топология. Методические указания / Ю. Г. Борисович, В. Г. Звягин, Ю. П. Соловьев. – Москва: издательство Московского университета, 1982. – 96 с.
4	Близняков Н. М. Элементы теории множеств / Н. М. Близняков. – Воронеж: Полиграфический центр ВГУ, 2008. – 46 с.
5	Гликликс Ю. Е. Топология и дифференциальная геометрия / Ю. Е. Гликликс. – Воронеж: Лаборатория оперативной полиграфии ВГУ, 2000. – 72 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы

№ п/п	Источник
12	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - Электронный каталог ЗНБ ВГУ
13	<a href="https://lanbook.lib.vsu.ru">https://lanbook.lib.vsu.ru</a> - Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
14	<a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a> – Сайт факультета

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

№ п/п	Источник
1	Звягин А. В. Лекции по курсу «Топология»: учебное пособие / А. В. Звягин, А. С. Болдырев, М. И. Струков. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 68 с.
2	Борисович Ю. Г. Введение в топологию. / Ю. Г. Борисович, Н. М. Близняков, Я. А. Израилевич, Т. Н. Фоменко.- Москва: ЛЕНАНД, 2015.- 448 с.
3	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

## 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы:

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11187>, <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=24750>).

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, *Calc*, *Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

## 19. Фонд оценочных средств:

### Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Элементы теории множеств	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа
2	Топологические пространства	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа
3	Окрестности. Предельные, изолированные, внутренние и граничные точки	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3, УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа
4	Аксиомы счетности	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа
5	Аксиомы отделимости	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа
6	Непрерывные отображения топологических пространств	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа
7	Метрические топологические пространства	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3, УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа
8	Связность и локальная связность	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-1.3, УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа
9	Компактные пространства	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа
10	Компактность в метрических пространствах	ОПК-1, УК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2, УК-1.1, УК-1.2	Домашние задания, контрольная работа
Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен				Перечень вопросов к экзамену

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Домашние задания:

##### По теме 1. Элементы теории множеств

Звягин А. В. Лекции по курсу «Топология»: учебное пособие / А. В. Звягин, А. С. Болдырев, М. И. Струков. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 68 с.

Задания №№ 1-14

##### По теме 2. Топологические пространства

Звягин А. В. Лекции по курсу «Топология»: учебное пособие / А. В. Звягин, А. С. Болдырев, М. И. Струков. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 68 с.

Задания №№ 1-22

По теме 3. Окрестности. Предельные, изолированные, внутренние и граничные точки  
Звягин А. В. Лекции по курсу «Топология»: учебное пособие / А. В. Звягин, А. С. Болдырев, М. И. Струков. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 68 с.

Задания №№ 1-18

По теме 4. Аксиомы счетности

Звягин А. В. Лекции по курсу «Топология»: учебное пособие / А. В. Звягин, А. С. Болдырев, М. И. Струков. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 68 с.

Задания №№ 1-8

По теме 5. Аксиомы отделимости

Звягин А. В. Лекции по курсу «Топология»: учебное пособие / А. В. Звягин, А. С. Болдырев, М. И. Струков. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 68 с.

Задания №№ 1-15

По теме 6. Непрерывные отображения топологических пространств

Звягин А. В. Лекции по курсу «Топология»: учебное пособие / А. В. Звягин, А. С. Болдырев, М. И. Струков. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 68 с.

Задания №№ 1-20

По теме 7. Метрические топологические пространства

Звягин А. В. Лекции по курсу «Топология»: учебное пособие / А. В. Звягин, А. С. Болдырев, М. И. Струков. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 68 с.

Задания №№ 1-13

По теме 8. Связность и локальная связность

Звягин А. В. Лекции по курсу «Топология»: учебное пособие / А. В. Звягин, А. С. Болдырев, М. И. Струков. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 68 с.

Задания №№ 1-16

По теме 9. Компактные пространства

Звягин А. В. Лекции по курсу «Топология»: учебное пособие / А. В. Звягин, А. С. Болдырев, М. И. Струков. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 68 с.

Задание: Разобрать примеры 9.4-9.6

По теме 10. Компактность в метрических пространствах

Звягин А. В. Лекции по курсу «Топология»: учебное пособие / А. В. Звягин, А. С. Болдырев, М. И. Струков. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. – 68 с.

Задание: Доказать Следствие 10.1

### **Примерный перечень задач для контрольной работы:**

#### **Контрольно-измерительный материал № 1.**

Задание № 1

Теорема. Пусть  $X$  – топологическое пространство с топологией  $\tau$ ,  $Y$  – топологическое пространство с топологией  $\sigma$  и  $F: X \rightarrow Y$  – непрерывное отображение. Если  $X$  компактно, то и  $F(X)$  компактно.

Задание № 2

В произвольном топологическом пространстве открытые и замкнутые множества связаны друг с другом следующим образом:

- а) замкнутое множество всегда является дополнением до некоторого открытого
- б) замкнутое множество всегда является дополнением до всех открытых
- в) замкнутое множество всегда является пересечением двух открытых
- г) правильный ответ здесь не указан

Задание № 3



Какова правильная формулировка критерия непрерывности отображения  $f$ , действующего из топологического пространства  $X$  в топологическое пространство  $Y$ : отображение  $f$  непрерывно тогда и только тогда, когда

- а) прообраз любого открытого в  $Y$  множества открыт в  $X$
- б) прообраз любого замкнутого в  $Y$  множества открыт в  $X$
- в) прообраз любого открытого в  $Y$  множества замкнут в  $X$
- г) прообраз любого открытого в  $X$  множества открыт в  $Y$

#### Задание № 4

Две поверхности  $r(u,v)$  и  $R(u,v)$  соприкасаются, если при соответствующем выборе систем координат  $(u,v)$

- а) они пересекаются в некоторой точке  $(u^*,v^*)$
- б) они пересекаются в некоторой точке  $(u^*,v^*)$  и в этой точке совпадают их первые частные производные
- в) они пересекаются в некоторой точке  $(u^*,v^*)$  и в этой точке совпадают их первые частные производные и вторые частные производные
- г) они пересекаются в некоторой точке  $(u^*,v^*)$  и в этой точке совпадают только их вторые частные производные

#### Задание №5. Задача на пятерку.

На треугольнике  $ABC$  в плоскости задать структуру одномерного гладкого многообразия, т.е. предъявить такой атлас, что замены координат между его картами являются гладкими.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с перечнем вопросов и предлагается ответить на данные вопросы. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться литературой и конспектом лекций, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 120 минут.

**Критерии оценки компетенций (результатов обучения) при текущей аттестации (контрольной работе):**

– оценка «отлично» выставляется, если не менее чем на четыре пятых всех заданий контрольной работы даны правильные, полные и глубокие ответы,

раскрывающие уверенное знание студентом понятий, закономерностей, принципов, фактов, содержащихся в конкретных материалах по теме; высокую сформированность у него аналитико-синтетических операций и их успешное применение при изложении изучаемого материала;

– оценка «хорошо» выставляется, если не менее чем на две трети всех заданий контрольной работы даны правильные, полные и глубокие ответы, раскрывающие достаточное знание студентом понятий, закономерностей, принципов, фактов, содержащихся в конкретных материалах по теме; хорошую сформированность у него аналитико-синтетических операций и в целом их адекватное применение при изложении изучаемого материала;

– оценка «удовлетворительно» выставляется, если правильно выполнено не менее половины всех заданий контрольной работы, при этом допускается недостаточная полнота и глубина ответов, в которых студентом продемонстрирован необходимый минимум знаний понятий, закономерностей, принципов, фактов, содержащихся в конкретных материалах по теме; слабая сформированность у него аналитико-синтетических операций, затруднения в их применении при изложении изучаемого материала;

– оценка «неудовлетворительно» выставляется, если с минимально необходимым уровнем решения выполнено менее половины всех заданий контрольной работы, ответы демонстрируют незнание или поверхностное знание студентов понятий, закономерностей, принципов, фактов, содержащихся в конкретных материалах по теме; несформированность у него аналитико-синтетических операций.

#### **Количественная шкала оценок:**

– оценка «отлично» выставляется, если безошибочно выполнено не менее 80% заданий контрольной работы, качество решения которых соответствует критерию оценки «отлично»;

– оценка «хорошо» выставляется, если безошибочно выполнено не менее 66% и не более 79% заданий контрольной работы, качество решения которых соответствует критериям оценки «хорошо»;

– оценка «удовлетворительно» выставляется, если безошибочно выполнено не менее 50% и не более 65% заданий контрольной работы, качество решения которых соответствует критериям оценки «удовлетворительно»;

– оценка «неудовлетворительно» выставляется, если безошибочно выполнено менее 50% заданий контрольной работы, качество решения которых соответствует критериям оценки «неудовлетворительно».

## **20.2. Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Топологические методы нелинейного анализа» проводится в форме экзамена. Предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении экзамена учитываются результаты контрольной работы и учитывается выставляемая преподавателем оценка за работу в ходе практических занятий.

Если у обучающегося есть положительная оценка по контрольной работе и положительная оценка работы в ходе обучения по практике, то оценка по экзамену выставляется как среднее арифметическое данных оценок с округление десятых долей

по математическим правилам. Если обучающийся не имеет положительной оценки контрольной работе или практике, или не согласен с этой оценкой, он может ответить на соответствующие вопросы в ходе экзамена.

Примерный перечень вопросов:

1	Конечное и бесконечное множества. Равные множества. Подмножества.
2	Объединение, пересечение, разность, симметрическая разность, декартово произведение множеств. Эквивалентные множества. Счетные множества.
3	Топология. Топологические пространства. Открытое и замкнутое множества.
4	Обычная топология. Топология Зариского. Правая и левая топологии. База топологии. Индуцированная топология
5	Открытая окрестность. Замыкание. Предельная, изолированная точки.
6	Внутренняя, граничная точки. Внешняя открытая часть. Плотное и нигде не плотное множества.
7	Вторая аксиома счетности. Сепарабельное пространство.
8	База системы окрестностей. Первая аксиома счетности.
9	Аксиома Колмогорова. Аксиома Хаусдорфа. Теорема Тихонова.
10	Малая лемма Урысона. Теорема Урысона.
11	Непрерывное отображение Гомеоморфизм. Гомеоморфное пространство.
12	Метрическое пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство Минковского. Подпространство метрического пространства.
13	Непрерывное отображение метрического пространства. Гомеоморфизм.
14	Отделенные множества. Связное и несвязное множества.
15	Несвязное топологическое пространство. Путь. Линейно связное пространство. Локально связное пространство.
16	Покрытие. Открытое покрытие. Подпокрытие.
17	Компактное пространство. Центрированная система множеств.
18	Относительно компактное множество.
19	Секвенциально компактное множество.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие **показатели:**

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи
- 3) умения применять знания в профессиональной сфере;
- 4) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов экзамена используется **шкала:** «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<p>Полное соответствие обучающимся всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала.</p> <p>Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области курса, студент умеет работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представляет свои</p>	Повышенный уровень	Отлично

результаты, правильно отвечает на вопросы КИМ		
Несоответствие ответа обучающегося одному из перечисленных выше показателей (к одному из вопросов контрольно-измерительного материала) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы. ИЛИ Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей (либо двум к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу контрольно-измерительного материала) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.	Базовый уровень	Хорошо
Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы. ИЛИ Несоответствие ответа обучающегося любым трем из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).	Пороговый уровень	Удовлетвори- тельно
Несоответствие ответа обучающегося любым из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).	–	Неудовлетвори- тельно

### **20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ**

№1. Набор  $\tau$  подмножеств множества  $X$  называется топологией, если он обладает следующими свойствами: (i)  $X$  и пустое множество входят в  $\tau$ ;

(ii) объединение любого числа множеств из  $\tau$  принадлежит  $\tau$ ;

(iii) пересечение конечного числа множеств из  $\tau$  принадлежит  $\tau$ .

Если набор  $\tau$  задан,  $(X, \tau)$  называется

**а) топологическим пространством;**

б) линейным пространством;

в) метрическим пространством.

№2 Точка  $x_0$  топологического пространства  $(X, \tau)$  называется предельной точкой множества  $A \subset X$ , если в любой ее окрестности содержится точка из  $A$ ...

**а) не равная  $x_0$ ;**

б) равная  $x_0$ .

№3 Отображение  $F$  называется ... в точке  $x \in X$ , если для любой окрестности  $U \in \sigma$  точки  $f(x)$  в  $Y$  существует окрестность  $V \in \tau$  точки  $x$  в  $X$  такая, что из того, что точка  $x'$  принадлежит  $V$  следует, что  $f(x')$  принадлежит  $U$ .

**а) непрерывным;**

б) дифференцируемым.

№4 Топологическое пространство  $(X, \tau)$  называется линейно связным, если любые его две точки можно соединить ... путем.

**а) непрерывным;**

б) прерывистым.

№5 Топологическое пространство называется компактным, если из любого его открытого покрытия можно выделить ... подпокрытие.

**а) конечное;**

б) счётное.

№6 Является ли данное множество топологическим пространством:  $X$  — произвольное множество,  $\tau$  содержит все подмножества множества  $X$ ?

**да.**

№7 Пусть  $A = [0, 1]$  — отрезок вещественной прямой  $\mathbb{R}^1$  с обычной топологией, тогда множество внутренних точек  $[0, 1]$  равно?

**(0,1)**

№8 Пусть  $X = \mathbb{R}^1$  с обычной топологией и  $A = (0, 1]$ ,  $A \subset X$ . Тогда граница  $A$  состоит из точек?

**0, 1**

№9 Пусть  $X = \mathbb{R}^1$  с обычной топологией и  $A = (8, 11]$ ,  $A \subset X$ . Тогда граница  $A$  состоит из точек?

**8, 11**

№10 Является ли данное множество топологическим пространством:  $X$  — произвольное множество,  $\tau$  состоит из двух множеств  $X$  и  $\emptyset$ ?

**да**

### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

#### 1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;

- 0 баллов – указан неверный ответ.

3) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-03 от 28.03.2024 г.